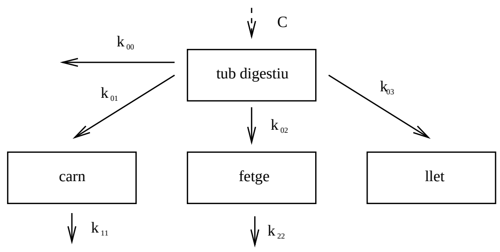

Figura 1: Modelització de la vaca

Cadenes tròfiques

Modelització del metabolisme

Atesa la complexitat del metabolisme dels essers vius, només és possible una aproximació basada en fórmules empíriques.

C representa una font constant d'una substància tòxica (per exemple, Cesi 137, Bq/d). Les línies contínues representen fluxos que són proporcionals a la seva font $(1/d)$. Les equacions que descriuen aquest model són:

$$\begin{aligned}
\frac{dQ_0}{dt} &= (-k_{00} - k_{01} - k_{02} - k_{03} - \lambda)Q_0 + C \\
\frac{dQ_1}{dt} &= k_{01}Q_0 + (-k_{11} - \lambda)Q_1 \\
\frac{dQ_2}{dt} &= k_{02}Q_0 + (-k_{22} - \lambda)Q_2 \\
\frac{dQ_3}{dt} &= k_{03}Q_0 - \lambda Q_3
\end{aligned}$$

Obtenció dels paràmetres

En el cas del Cesi 137 és possible trobar paràmetres basats en l'experiència. Les unitats són d^{-1}.

k_{00} 1.12	k_{01} $5.69 \cdot 10^{-2}$	k_{02} $1.56 \cdot 10^{-3}$
k_{03} $8.64 \cdot 10^{-2}$	k_{11} $6.91 \cdot 10^{-3}$	k_{22} $6.91 \cdot 10^{-3}$

$$\lambda = 6.33 \cdot 10^{-5} d^{-1}$$

Si el model és prou simple i coneixem els valors d'equilibri per una determinada font, és possible calcular el valor dels coeficients k. En aquest cas les derivades són zero i tenim un sistema d'equacions lineals

$$\sum_j K_{ij} \cdot Q_j = -C_i$$

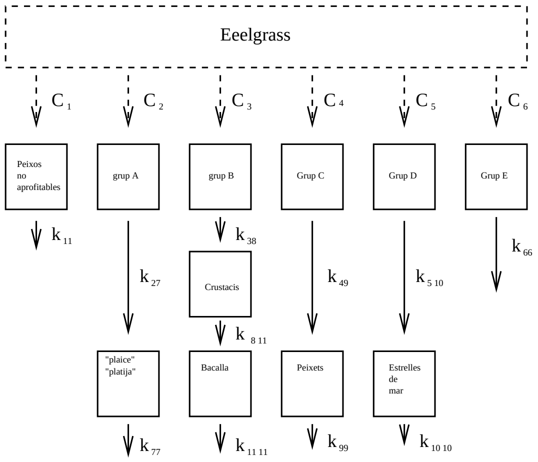

Figura 2: Model del Kattegat

Aquest procediment només es factible quan surt una fletxa com a molt de cada capsa.

Cadenes tròfiques

Podem aplicar el mateix mètode a la modelització d'una cadena tròfica. El *Kattegat* és una plataforma continental situada entre Dinamarca i Suècia de 150 x 90 milles. La principal font d'aliment del ecosistema és una alga anomenada *eelgrass*.

Equacions del Kattegat (I)

Les equacions són:

$$
\begin{aligned}
\frac{dQ_1}{dt} &= C_1 - k_{11}Q_1 \\
\frac{dQ_2}{dt} &= C_2 - k_{27}Q_2 \\
\frac{dQ_3}{dt} &= C_3 - k_{38}Q_3 \\
\frac{dQ_4}{dt} &= C_4 - k_{49}Q_4 \\
\frac{dQ_5}{dt} &= C_5 - k_{5\,10}Q_5 \\
\frac{dQ_6}{dt} &= C_6 - k_{66}Q_6 \\
\frac{dQ_7}{dt} &= k_{27}Q_2 - k_{77}Q_7 \\
\frac{dQ_8}{dt} &= k_{38}Q_3 - k_{8\,11}Q_8
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
\frac{dQ_9}{dt} &= k_{49}Q_4 - k_{99}Q_9 \\
\frac{dQ_{10}}{dt} &= k_{5\,10}Q_5 - k_{10\,10}Q_{10} \\
\frac{dQ_{11}}{dt} &= k_{8\,11}Q_8 - k_{11\,11}Q_{11}
\end{aligned}$$

Equacions del Kattegat (II)

El model es prou senzill com per poder determinar les constants a partir d'una situació d'equilibri. Quan les fonts del sistema són (en milers de tonelades per any):

C_1 20000	C_2 200	C_3 2000
C_4 400	C_5 800	C_6 600

llavors les quantitats d'equilibri són (en milers de tonelades):

Q_1 5000	Q_2 50	Q_3 500
Q_4 100	Q_5 200	Q_6 150
Q_7 5	Q_8 50	Q_9 10
Q_{10} 25	Q_{11} 6	

Amb aquesta informació ja podem plantejar un sistema lineal per trobar les k.