Departament de Física i Enginyeria Nuclear
Taller de simulació medi ambiental

Relació entre espècies (sistemes continus)

1. El programa "edos1.c" resol numericament un sistema d'equacions diferencials del tipus lotka–volterra

$$\frac{dx}{dt} = r_x(1 - x - ay)x$$
$$\frac{dy}{dt} = r_y(1 - y - bx)y$$

   Aquestes equacions estan normalitzades de manera que $x = 1$ representa la capacitat del sistema. Per aquest motiu el programa et permet multiplicar el resultat final per aquest nombre. La resta de paràmetres i variables es refereixen al model normalitzat.

   El resultat s'arxiva al fitxer "edos1.dat". Cada fila representa un instant de temps. La seva primera columna és el temps, la segona el nombre de membres (sense normalitzar) de l'espècie X i la tercera el de l'espècie Y.

   Considera els següents valors pels paràmetres (a, b):

$$(0.75, 0.75),\ (0.75, 1.25),\ (1.25, 0.75),\ (1.25, 1.25).$$

   Pel que fa a la resta de paràmetres, agafa $r_x = r_y = 2.0$ i $K_x = K_y = 1000$. Es a dir, el sistema té la mateixa capacitat per a les dues espècies i ambdues es reprodueixen d'una forma similar. Per a cada combinació de a i b prova diversos valors de x_0 i y_0 i dibuixa les seves trajectòries a l'espai de les fases.

   Per fer-ho, hauràs de dibuixar la tercera columna en funció de la segona. També t'anira bé anar canviant el nom del fitxer "edos1.dat" i tenir els resultats de les diferents execucions del programa en fitxers diferents. El motiu és que el "gnuplot" no importa les dades dels fitxers que representa, sinó que les torna a lleigir del fitxer cada cop que fa una representació.

   Un cop tinguis representat un bon nombre de trajectòries, plantejat les següents preguntes.

   (a) Quants punts fixos hi ha? Sempre són els mateixos?
   (b) Són estables o inestables? Pots trobar un "punt de sella"? Depèn l'estabilitat dels valors de a i b?

2. A simple vista, proposa uns valors de x_0, y_0, α, β, r_x, r_y, K_x i K_y que donin uns resultats similars als de la Figura 1. Justifica el motiu de la teva elecció inicial. A base de prova i error millora aquest valors.

   Utilitza el programa "edos2.c". Totes les variables i paràmetres d'aquest programa es refereixen al model sense normalitzar. El seu fitxer de resultats, "edos2.dat" té una estructura similar a la del fitxer "edos1.dat".

   Quina relació hi ha entre els nous paràmetres i els que ja vas trobar a la pràctica anterior?

3. El model presa-depredador de Volterra

$$\frac{dx}{dt} = r_x(1-x)x - axy$$

$$\frac{dy}{dt} = abxy - dy$$

es pot resoldre amb el programa “edos3.c”. Els resultats s’emmagatzemen al fitxer “edos3.dat”, que té la mateixa estructura que els fitxers de resultats anteriors. Tots els paràmetres del programa són del model normalitzat.

   (a) Prova els següents valors: $\Delta t = 0.01$, $n = 10000$, $x_0 = 10$, $y_0 = 1000$, $a = 200$, $b = 1$, $r_x = 200$, $d = 1$ i $K_x = 1000$. Com classificaries aquest punt fix? Canviant només a i r_x (però de manera que tinguin el mateix valor) troba altres tipus de punt fix. Si és necessari, dibuixa més d’una trajectoria a l’espai de les fases.

   (b) Modifica el programa “edos3.c” treient la part logística de l’equació de la presa. Per fer-ho, substitueix el factor $(1-x)$ per 1.0. El comportament qualitatiu és diferent?

4. Intenta reproduir les dades de la Figura 3, aquest cop mitjançant el model continu. Utilitza el programa “edos4.c”. Els paràmetres són els del model sense normalitzar i els resultats estan expressats al fitxer “edos4.dat” de la manera habitual.

   Mira d’establir una relació entre els paràmetres que has trobat i els que vas trobar pel model discret.

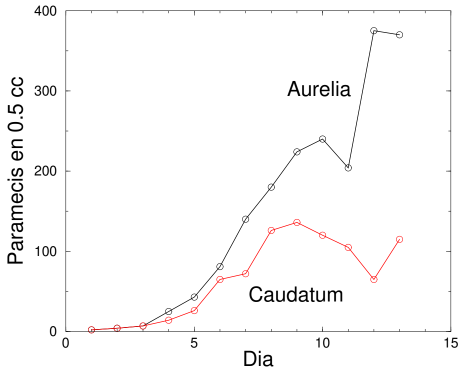

Figura 1: Evolució de dues espècies de paramecis

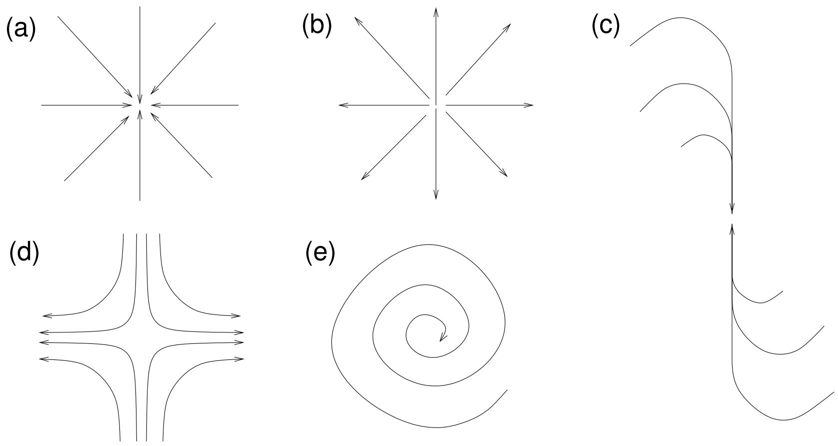

Figura 2: Tipus de punt fix: (a) node estable (b) node inestable (c) node degenerat (estable) (d) punt de sella (e) espiral

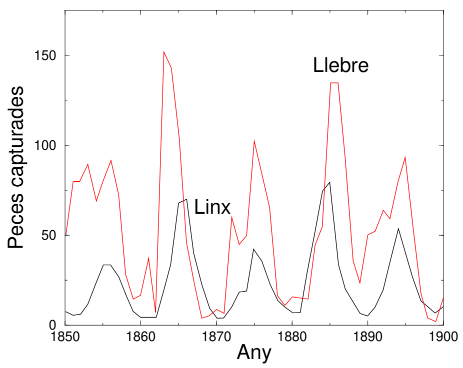

Figura 3: Captures de dues espècies