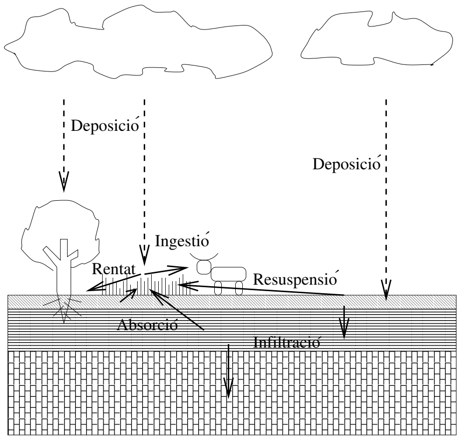

Figura 1: Processos al sòl

Difusió de contaminants al sòl

Processos

Estudiarem com passa una substància tòxica des de l'atmosfera a la vegetació a través del sòl.

Cal modelitzar els següents processos

Tot i que el procediment és semblant per a qualsevol material, ho aplicarem al cas del Cs^{137}, un dels contaminants emesos durant l'accident de Chernobyl.

Dinàmica del sistema

Les línies discontínues representen fonts o relacions de proporcionalitat. Les línies contínues són fluxos proporcionals a la quantitat de sortida. A més hi ha una variació per la semidesintegració del material radioactiu.

$$\begin{aligned}
\frac{dQ_1}{dt} &= (-\lambda - k_{12} - k_{14})Q_1 + k_{41}Q_4 + I_1 \\
\frac{dQ_2}{dt} &= k_{12}Q_1 + (-\lambda - k_{23})Q_2 \\
\frac{dQ_3}{dt} &= k_{23}Q_2 - \lambda Q_3 \\
\frac{dQ_4}{dt} &= k_{14}Q_1 + (-\lambda - k_{41} - k_4)Q_4 + I_4 \\
Q_5 &= Y_m B_v \left(\frac{Q_1}{P_1} + \frac{Q_2}{P_2}\right)
\end{aligned}$$

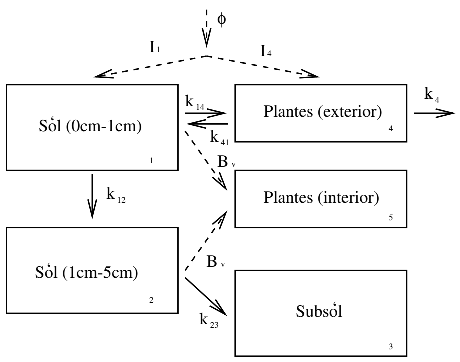

Figura 2: Modelització del sòl

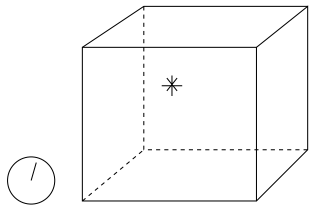

Figura 3: Definició de Bequerel

Unitats

L'activitat radioactiva es mesura en *Bequerels (Bq)*. Un Bq és una desintegració per segon.

La concentració de material radioactiu a l'aire es mesura en Bq/m^3 (El nombre de desintegracions radioactives que tenen lloc cada segon en un metre cubic d'aire).

La concentració de material radioactiu al sòl es pot expressar en Bq/m^2 (ens referim a tota l'activitat que té lloc a una superfície $1\,m^2$ en una capa de sòl determinada).

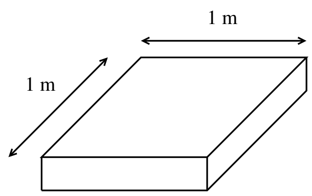

Figura 4: Definició de concentració al sòl

La concentració de material radioactiu a la vegetació s'expressa en Bq/kg.

Es pot passar d'una unitat a l'altra utilitzant la densitat de vegetació (kg/m^2) com a factor de conversió.

La precipitació es mesura en mm/d, on un mm és un l/m^2.

Significat dels coeficients

Entrades del model

Concentració a l'aire	χ	$Bq\, m^{-3}$
Precipitació	I	$mm\, d^{-1}$
Densitat de vegetació (humida)	Y_m	$Kg\, m^{-2}$

Càlcul de la deposició Φ ($Bq\, m^{-2} d^{-1}$)

$$\boxed{\Phi = \chi(V_g + hI\alpha)}$$

Coeficients

Deposició (sòl)	I_1	$0.75\, \Phi$
Deposició (plantes)	I_4	$0.25\, \Phi$
Semidesintegració	λ	$6.33 \cdot 10^{-5} d^{-1}$
Infiltració	k_{12}	$6.65 \cdot 10^{-4}\, d^{-1}$
Infiltració	k_{23}	$1.73 \cdot 10^{-4}\, d^{-1}$
Resuspensió	k_{14}	$8.64 \cdot 10^{-5}\, d^{-1}$
Rentat	k_{41}	$3.0 \cdot 10^{-2} + I \cdot 3.4 \cdot 10^{-2}\, d^{-1}$
Creixement	k_4	$Y_m' \cdot Y_m$
Absorció	B_v	$2.0 \cdot 10^{-2}$

Paràmetres fixos

Alçada de barreja	h	$1000\, m$
Constant de rentat	α	$0.6\, mm^{-1}$
Velocitat de deposició	V_g	$210\, md^{-1}$
Densitat sòl (capa 1)	P_1	$13\, Kg\, m^{-2}$
Densitat sòl (capa 2)	P_2	$52\, Kg\, m^{-2}$

Mètode d'Euler

El mètode d'euler serveix per resoldre equacions diferencials del tipus

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

No es pot fer servir quan $f(x_0, t) = 0$.

L'algoritme d'aquest mètode és:

1. Partim d'uns valors inicials x_0 i t_0.
2. Dividim el temps en pasos discrets d'una durada Δt

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t$$

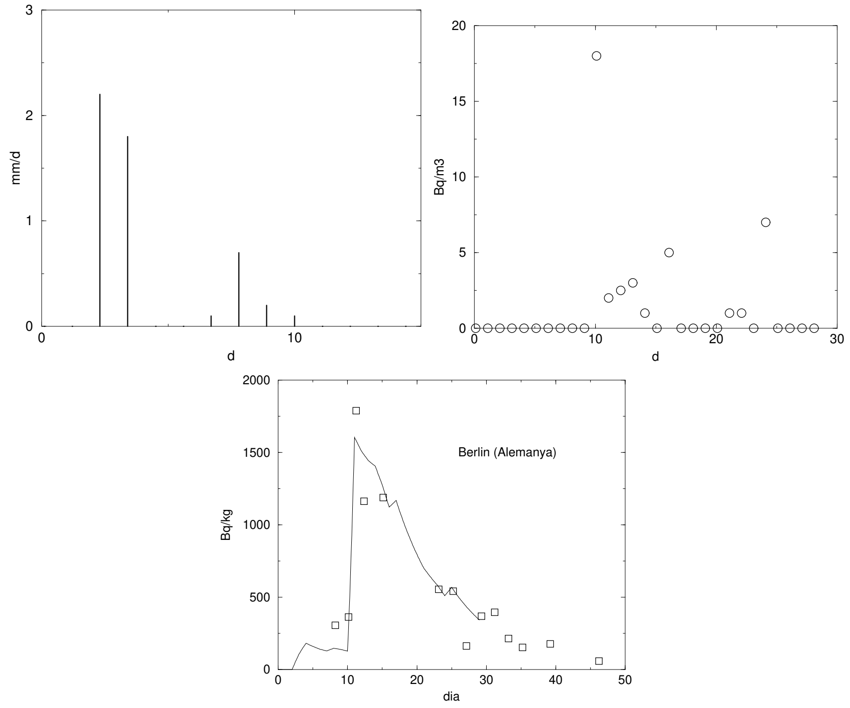

Figura 5: Resultats del model

3. Per a cada pas, trobem el valor de la variable dependent

$$x_i = x_{i-1} + f(x_{i-1}, t_{i-1} + \frac{\Delta t}{2})\,\Delta t$$

4. Un cop ja tenim x_i podem obtenir un valor millor iterant (això és opcional!)

$$x_i = x_{i-1} + f(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}, t_{i-1} + \frac{\Delta t}{2})\,\Delta t$$

5. Es torna a repetir el procés amb el següent pas.

Per aplicar aquest esquema a un sistema d'equacions diferencials, nomes cal dibuixar una fletxeta de vector a sobre de cada x.

Resultats del model